

Homomorfizem kolobarjev:

$$p(a) + p(b) = p(a+b)$$

$$p(a) \cdot p(b) = p(a \cdot b)$$

$$p(1) = 1$$

$$G/\ker p \cong \text{im } p$$

↑
edinka

Homomorfizem algebr: H. kolobarjev + linearna preslikava

$$\bullet N \triangleleft G \iff aNa^{-1} \subseteq N$$

$$\bullet |G:H| = 2 \implies H \triangleleft G$$

$$\bullet H \leq G, N \triangleleft G \implies HN = NH \leq G$$

$$\bullet N \triangleleft G, M \triangleleft G \implies NM = MN \triangleleft G$$

$$\bullet H \leq G, N \triangleleft G \implies$$

$$1) N \cap H \triangleleft H \quad (2. \text{ izrek o izomorfizmu})$$

$$2) N \triangleleft HN$$

$$3) HN/N \cong H/(N \cap H)$$

$$\bullet M, N \triangleleft G, M \subseteq N \implies$$

$$1) M \triangleleft N$$

$$(3. \text{ izrek o izomorfizmu})$$

$$2) \frac{N}{M} \triangleleft \frac{G}{M}$$

$$3) \frac{(G/M)}{(N/M)} \cong \frac{G}{N}$$

$$\text{Velja } H \leq G \quad N \trianglelefteq G \quad \rho: G \rightarrow G'$$

$$f_*(H) \leq G' \quad f_*(N) \trianglelefteq G'$$

$$f^*(H') \trianglelefteq G \quad f^*(N') \trianglelefteq G$$

- G nima pravih netrivialnih podgrup $\Rightarrow G \cong \mathbb{Z}_p$
- G abelova $\wedge p \mid G \Rightarrow \exists a \in G. \text{red } a = p$
- $N \trianglelefteq G, a \in G \Rightarrow (\text{red } aN) \mid (\text{red } a)$

• ciklična grupa $\langle x \rangle$ je abl.

✓
ok

Ideali: $I \subseteq K \quad I \neq 0$

- $(I, +)$ je podgrupa $a, b \in I$
- $\forall a \in I. \forall x \in K. ax \in I \wedge xa \in I$

glavni ideal $(a) = aK = Ka$
($\forall I \ni a. aK \subseteq I$) (če K komutativen)

Najmanjši ideal ki vsebuje a :

$$K_a K = \left\{ \sum_{i=0}^n x_i a y_i ; \forall n \in \mathbb{N}. x_i, y_i \in K \right\}$$

• če ideal vsebuje obrnljiv element je $I = K$

$$- I \cdot J = \left\{ \sum_{i=0}^n x_i y_i ; \forall n \in \mathbb{N}. x_i \in I, y_i \in J \right\}$$

$$- \bar{I} + J$$

$$- \bar{I} \cap J \text{ so vsi ideali:}$$

$$\bullet (I + J) / J \cong I / I \cap J$$

Korespondenčni izrek:

• Podkolobarji v K/I so natanko oblike

$$L/I; \quad L \leq K, I \leq L$$

• $J \triangleleft K, I \leq J$. K/I so oblike J/I

• K komutativen kolobar.

$M \triangleleft K$ je maksimalen $\Leftrightarrow K/M$ je polje

• $\forall$ pravi ideal je vsebovan v maksimalnem

$$\begin{array}{lll}
 ij = k & ji = -k & ki = j \\
 ik = -j & jk = i & kj = -i
 \end{array}$$

Podgrupa: asociativnost

monoid: enota

grupa: inverz

abelova grupa: komutativnost

Kolobar: abelova grupa + monoid
+ distributivnost

Obseg: Kolobar + inverz

Polje: komutativen obseg

vektorski prostor: (abelova grupa +)

$$(\alpha + \beta)v = \alpha v + \beta v$$

$$\alpha(v + u) = \alpha v + \alpha u$$

$$(\alpha\beta)v = \alpha(\beta v)$$

$$1v = v$$

algebra Kolobar + vektorski prostor

$$\lambda(vu) = (\lambda v)u = v(\lambda u)$$

$$a^2b = ba^2$$

$$a^3b^4 = b^4a^3$$

$$ab = a^8b^8 =$$

$$a^3b^{-3} = b^{-3}a^{-4}$$

$$a^7 = 1$$

$$= a^6a^2b^7b = a^6ba^2 =$$

$$= a^4 \underbrace{a^2b}_{a^2} a^2 = a^{2+2}ba^4 = a^2ba^6 = ba^8 = ba$$