

Implikacije:

- 2-števnost $\Rightarrow$ 1-števnost
- 2-števnost $\Rightarrow$ separabilnost
- separabilnost + metričnost $\Rightarrow$ 2-števnost
- metričnost $\Rightarrow$ Hausdorffovost
- Hausdorffov $\Rightarrow$ Fréchetov
- Normalnost $\Rightarrow$ regularnost $\Rightarrow$ Hausdorff $\Rightarrow$ Fredt
- J Hausdorff $\wedge J \subseteq J' \Rightarrow J'$ Hausdorff
- metričnost $\Rightarrow$ normalnost
- $T_4 + T_1 \Rightarrow T_3 + T_1 \Rightarrow T_2 \Rightarrow T_1 \Rightarrow T_0$
- regularnost $(T_3 + T_1) + 2$ -števnost $\Rightarrow$ normalnost

Kolmogorov: ~~T_0~~

Fréchetov: ~~T_0, T_1~~

Hausdorffov: ~~T_0, T_1, T_2~~

Reguleren: ~~T_0, T_1, T_2, T_3~~

Normalen: ~~T_0, T_1, T_2, T_3, T_4~~



Kompaktnost

davdij gledati pokritja z baznimi okolici:



- M metričen $K \subseteq M$ kompaktna $\Rightarrow K$ omejena
- f zvezna, K kompaktna $\Rightarrow f_*(K)$ kompaktna
- $A^{\text{zap}} \subseteq K \Rightarrow A$ je kompaktna
- X, Y kompaktna $\Rightarrow X \times Y$ kompaktna
- X Hausdorffov, $K \subseteq X$ ^{kompaktna} $\Rightarrow K$ zaprt v X
- $A \subseteq \mathbb{R}^n$ je kompaktna $\Leftrightarrow A$ zaprt in omejena
- $K \subseteq \mathbb{R}^n \Rightarrow \forall f^w: K \rightarrow \mathbb{R}$ je omejena in zavzame minimum in maksimum
- V kompaktni ima vsake neskončne množice stabilizacijo
- kompaktnost + Hausdorffov $\Rightarrow$ normalnost
- $X^{\text{komp, metr}}, Y^{\text{metr}}, f^w: X \rightarrow Y \Rightarrow f$ enako eno zvezna
- Hausdorffov prostor je lokalno kompakten $\Leftrightarrow$ topologija ima bazo iz relativno kompaktnih odprtih množic
- lokalna kompaktnost + Hausdorffov $\Rightarrow$ regularnost
- metričnost $\Rightarrow$ (kompaktnost $\Leftrightarrow$ poln + popolnoma omejen)

Prostori preslikav

$$\langle K, U \rangle := \{ f^w: X \rightarrow Y ; f_*(K) \subseteq U \} : J_{co}$$

- Y metričen $\Rightarrow J_{co} = \text{top. enakomerne konvergence na kompaktnih}$
- $C(X, Y)$ Hausdorff $\Rightarrow Y$ Hausdorff
- $C(X, Y)$ regularen $\Rightarrow Y$ regularen
- Urisanova lema: $X \text{ je } T_1 \Leftrightarrow \forall A, B \subseteq X, A \cap B = \emptyset, \exists f^w: X \rightarrow [0, 1], f_*(A) = 0, f_*(B) = 1$
- normalnost + 2-štavnost $\Rightarrow$ metrizabilnost ✓
- regularnost + 2-štavnost $\Rightarrow$ metrizabilnost ✓
- 2-štavnost $\Rightarrow$ (regularnost $\Leftrightarrow$ metrizabilnost) ✓
- $X^{komp}, T_2, \forall a \in X, \exists U \ni a, U \subseteq \mathbb{R}^n \Rightarrow X$ lahko vložimo v nek euklidski prostor
- Vsako zvezno funkcijo lahko poljubno enakomerno aproksimiramo s polinomi;
- $\sum_{i=0}^n \left(\frac{x-i}{n}\right)^2 \cdot B_{n,i}(x) = \frac{x(1-x)}{n}$
 $B_{n,i}(x) = \binom{n}{i} (1-x)^{n-i} x^i$

Povezenost

Prostor $(X, \mathcal{T})$ je nepovezen $\Leftrightarrow$

$$\exists A, B \in \mathcal{T}. A \cap B = \emptyset, A, B \neq \emptyset, A \cup B = X$$

$$\Leftrightarrow \exists A \subset X, A \neq \emptyset, A \neq X, A \text{ zaprt in odprt}$$

$$\Leftrightarrow \exists \text{ zvezna surjektivna preslikava} \\ f: X \rightarrow (\{0, 1\}, \mathcal{T}_{dis})$$

- $X \subseteq \mathbb{R}$ povezen $\Leftrightarrow X$ je interval
- Povezanost je topološka lastnost.
 $f^w: X \rightarrow Y$ X povezen $\Rightarrow f_*(X)$ povezen
- $\{A_\lambda\}, A_\lambda \subset X, \bigcap A_\lambda \neq \emptyset \Rightarrow \bigcup A_\lambda$ je povezana
- X, Y povezane $\Rightarrow X \times Y$ povezana
- povezanost s patni $\Rightarrow$ povezanost

lokalna povezanost:

$$\forall x \in X. \exists U \ni x. \exists V^{\text{pov}}. x \in V \subseteq U$$

- X lokalno povezan $\Leftrightarrow$ komponente $\forall$ odprte množice v X so odprte
- X lokalno povezan splošno $\Rightarrow$ komponente X so komponente za povezanost s potmi:
- X lokalno povezan s potmi $\Rightarrow$
(X povezan $\Leftrightarrow X$ povezan s potmi)
- $A \subseteq \mathbb{R}^n$ ^{odp} povezana $\Leftrightarrow$ povezana s potmi